

CALCULO DIFERENCIAL (MATEMATICAS II)

EXAMEN FINAL SEPTIEMBRE DE 2012

PARTE PRACTICA

1. Sea $(a_n)_n$ la sucesión en \mathbb{R} definida por

$$a_n = \frac{2^3 \ln(\cos(5)) + 3^3 \ln(\cos(5/2)) + \dots + (n+1)^3 \ln(\cos(5/n))}{n^2} \quad (n \in \mathbb{N}).$$

(a) (10 puntos) Calcular $\lim_n a_n$.

(b) (10 puntos) ¿Puede ser la serie $\sum_n a_n$ convergente? Razónese la respuesta.

2. Sea $f : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} e^x - \ln(1+x) & \text{si } -1 < x < 0 \\ \cos x & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

(a) (10 puntos) Estudiar los valores de x para los que f es derivable y para los que no es derivable.

(b) (10 puntos) Probar que $f(x) > 1$ para todo $x \in (-1, 0)$.

(c) (10 puntos) Utilizando el polinomio de Taylor de grado 2 de f en el punto adecuado, calcular un valor aproximado de $\cos(1.01\pi)$.

3. (10 puntos) Estudiar los valores de x para los que converge y para los que diverge la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sqrt{n} x^n}{(2n+1)(n+5)}.$$

4. Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^3 y^2)(e^y - 1)}{(x^2 + y^2)^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

(a) (10 puntos) Estudiar los puntos (x, y) para los que f es continua y para los que no es continua.

(b) (10 puntos) Calcular la ecuación del plano tangente a la gráfica de f en el punto $(0, 0)$.

NOTAS.

• La calificación de esta parte práctica será la media aritmética de las calificaciones obtenidas en cada una de las 8 preguntas de la misma.

• La calificación de este examen final será la media aritmética de las calificaciones obtenidas en su parte teórica y en su parte práctica.